

## 2 正弦定理と余弦定理



### 【例題】1 正弦定理

$\triangle ABC$ において、 $A=120^\circ$ 、 $B=45^\circ$ 、 $b=3\sqrt{2}$  のとき、 $a$  および外接円の半径  $R$  を求めよ。

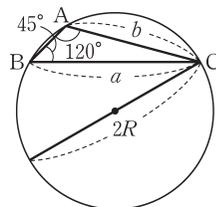
【解】 正弦定理より、 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

$$A=120^\circ, B=45^\circ, b=3\sqrt{2} \text{ を代入して, } \frac{a}{\sin 120^\circ} = \frac{3\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}$$

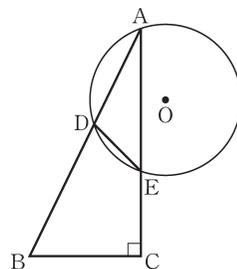
$$\text{よって, } a = \frac{3\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} \cdot \sin 120^\circ = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$\text{正弦定理より, } 2R = \frac{b}{\sin B} = \frac{3\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 6$$

よって、 $R=3$



- 1  $\triangle ABC$ において、 $A=30^\circ$ 、 $B=45^\circ$ 、 $a=4$  のとき、 $b$  および外接円の半径  $R$  を求めよ。
- 2  $\triangle ABC$ において、 $A=45^\circ$ 、 $B=60^\circ$ 、 $b=6\sqrt{6}$  のとき、 $a$ 、 $c$  および外接円の半径  $R$  を求めよ。  
ただし、 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$  である。
- 3  $\triangle ABC$ の外接円の半径が3で、 $A=60^\circ$ 、 $B=45^\circ$  のとき、 $a$ 、 $b$  を求めよ。
- 4  $\triangle ABC$ において、 $a=4$ 、 $c=4\sqrt{2}$ 、 $A=30^\circ$  のとき、 $C$ 、 $B$  を求めよ。
- 5  $\triangle ABC$ において、 $A=15^\circ$ 、 $B=105^\circ$ 、 $c=4$  のとき、外接円の半径  $R$  および  $a$ 、 $b$  を求めよ。  
ただし、 $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ 、 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$  である。
- 6 右図のような  $\angle C=90^\circ$  の直角三角形  $ABC$  で、 $BC=3$ 、 $AC=6$  である。  
点  $A$  を通る半径2の円  $O$  が辺  $AB$ 、 $AC$  と交わる点をそれぞれ  $D$ 、 $E$  とするとき、線分  $DE$  の長さを求めよ。



### ●ポイント

- ① 三角比を扱うときは、 $\triangle ABC$ の3つの角の大きさは  $A$ 、 $B$ 、 $C$  で表し、それらの対辺の長さは  $a$ 、 $b$ 、 $c$  で表すことが多い。
- ② 【正弦定理】  $\triangle ABC$ の外接円の半径を  $R$  とすると、

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

